

数学 問題・解答用紙 <No.1>

1 (40 点)

次の をうめよ。

(1) $-\frac{6}{5} \times (-1)^{2024} - \left(-\frac{2}{3}\right) \div \left(-\frac{5}{2}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(-\frac{3^2}{4}\right) =$

(2) 連立方程式 $\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 7 \\ \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = 5 \end{cases}$ の解は, $x =$, $y =$

である。

(3) 2%の食塩水 350 g から x g とり出し, 残った食塩水に $2x$ g の水を入れて食塩水 A を作った。また, 4%の食塩水 210 g から x g とり出し, 残った食塩水に x g の水を入れて食塩水 B を作った。

食塩水 A と食塩水 B の濃度が等しいとき, $x =$

となる。

(4) 半径の長さが a , 中心が点 O の円周上に 3 点 A, B, C をとる。

$\triangle ABC$ が正三角形となるとき, $\angle AOB$ の大きさは ° であり,

$\triangle ABC$ の面積を a を用いて表すと, である。

(5) 5 種類のクッキーが 2 枚ずつ合計 10 枚あり, これを A, B の 2 人に 5 枚ずつ配る。

A, B がともにちょうど 4 種類のクッキーを受け取るような配り方は

通り, クッキーの配り方は全部で 通りである。

受験 番号		小 計	
----------	--	--------	--

数学 問題・解答用紙 <No.2>

2 (15 点)

サイコロを 3 回投げ、出た目の和を X、積を Y とする。
このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $X = 10$ となる確率を求めよ。
(2) Y が 10 の倍数となる確率を求めよ。
(3) 「 $X = 10$ または Y が 10 の倍数」となる確率を求めよ。

(1) 目の出方は全部で 6^3 通りある。

$X = 10$ となる目の組は、 $(1, 3, 6), (1, 4, 5), (2, 2, 6), (2, 3, 5), (2, 4, 4), (3, 3, 4)$
出た目の順番を考えると、 $(1, 3, 6), (1, 4, 5), (2, 3, 5)$ はそれぞれ $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ 通り
 $(2, 2, 6), (2, 4, 4), (3, 3, 4)$ はそれぞれ 3 通り

よって求める確率は、 $\frac{3 \cdot 6 + 3 \cdot 3}{6^3} = \frac{27}{6^3} = \frac{1}{8}$

(2) Y が 10 の倍数となるのは、次の通り。

5 が 1 回、偶数が 2 回出るとき 偶数は 3 通りあり、順番を考えると、 $3^2 \cdot 3 = 27$ 通り
5 が 1 回、偶数が 1 回、1 か 3 が 1 回出るとき $3 \cdot 2 \times 3 \cdot 2 \cdot 1 = 36$ 通り
5 が 2 回、偶数が 1 回出るとき $3 \cdot 3 = 9$ 通り

よって求める確率は、 $\frac{27 + 36 + 9}{6^3} = \frac{72}{6^3} = \frac{1}{3}$

(3) 「 $X = 10$ かつ Y が 10 の倍数」となる目の組は、 $(1, 4, 5), (2, 3, 5)$
順番を考えると、 $2 \times 3 \cdot 2 \cdot 1 = 12$ 通り

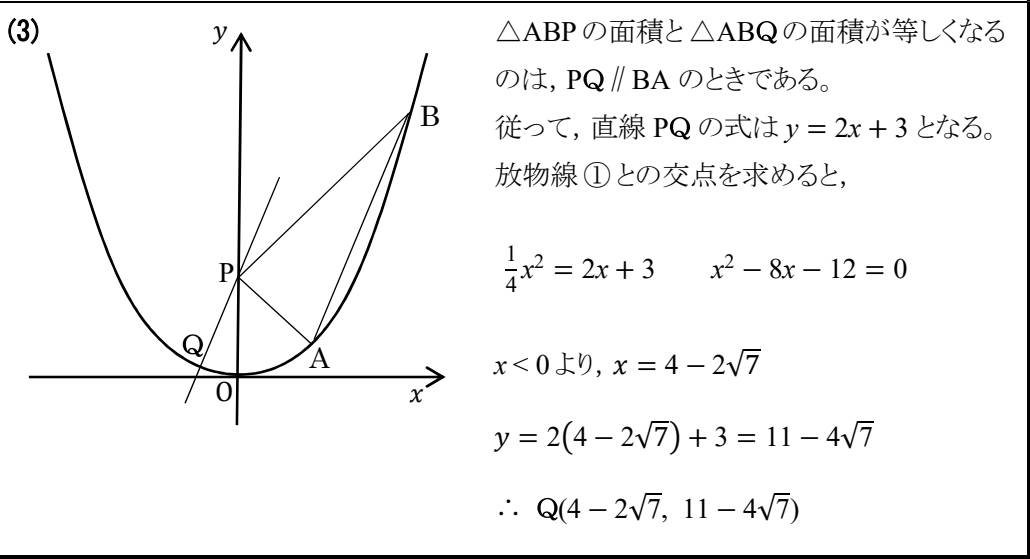
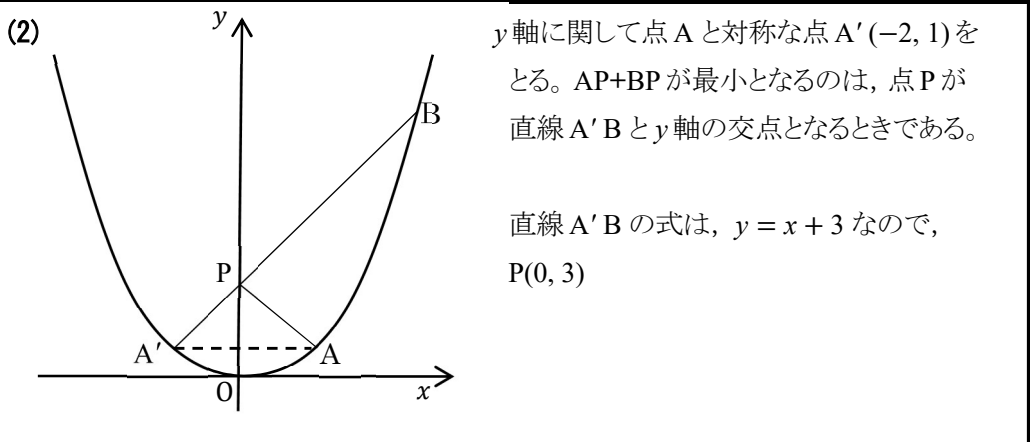
(1), (2) より、求める確率は、 $\frac{27 + 72 - 12}{6^3} = \frac{87}{6^3} = \frac{29}{72}$

3 (15 点)

a, b を定数とする。放物線 $y = ax^2 \cdots \textcircled{1}$ 上に 2 点 $A(2, 1), B(6, b)$ がある。
このとき、次の問いに答えよ。

- (1) a, b の値を求め、解答欄に答えのみを記せ。
(2) y 軸上に $AP + BP$ が最小となる点 P をとる。点 P の座標を求めよ。
(3) (2) のとき、放物線 $\textcircled{1}$ の $x < 0$ の部分に $\triangle ABP$ の面積と $\triangle ABQ$ の面積が等しくなる点 Q をとる。点 Q の座標を求めよ。

(1) $a = \frac{1}{4} \qquad b = 9$



受験
番号

小
計

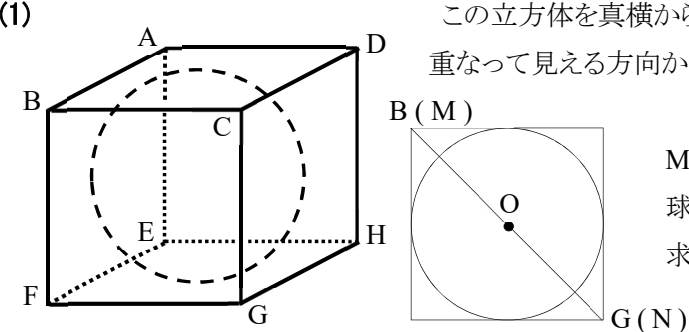
数学 問題・解答用紙 <No.3>

4 (15 点)

一辺の長さが 1 の立方体 ABCD - EFGH と、この立方体のすべての面に接する球 S がある。また、辺 AB の中点を M、辺 GH の中点を N、 S の中心を O とする。
このとき、次の問いに答えよ。

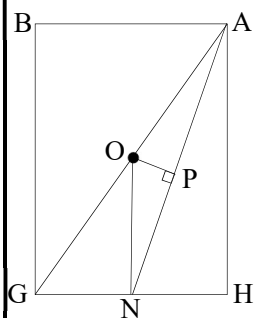
- (1) 線分 MN のうち、球 S の外部にある 2 つの部分の長さの和を求めよ。
(2) O から直線 AN に垂線 OP を下ろす。線分 AN と線分 OP の長さをそれぞれ求めよ。

(1) この立方体を真横から見た図(2 点 B, M が重なって見える方向から見た図)を考える。



$MN = BG = \sqrt{2}$
球の直径の長さは 1 なので、
求める長さは $\sqrt{2} - 1$

(2) この立方体を 4 点 A, B, G, H を通る平面で切った切り口である長方形 ABGH を考える。



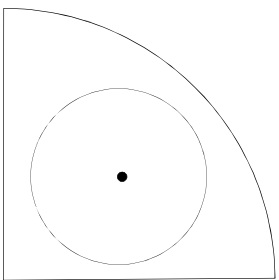
$$AN = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + (\sqrt{2})^2} = \frac{3}{2}$$

$\triangle OAN$ の面積を 2 通りで表して

$$\triangle OAN = \frac{1}{2} \cdot AN \cdot OP = \frac{1}{2} \cdot ON \cdot NH$$
$$\frac{3}{2} OP = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \quad \text{よって、} OP = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

5 (15 点)

図のように、半径の長さが 3、中心角の大きさが 90° のおうぎ形の内部を半径の長さが 1 の円が自由に移動する。円の中心が動いてできる部分を X、円の周および内部が通過する部分を Y とするとき、次の問いに答えよ。



- (1) X の周の長さを求めよ。
(2) Y の面積を求めよ。

(1) X は半径の長さが 2、中心角の大きさが 30° のおうぎ形の弧と、長さが $\sqrt{3} - 1$ の線分 2 つでできているので、求める長さは

$$2\pi \cdot 2 \times \frac{30}{360} + (\sqrt{3} - 1) \times 2$$
$$= \frac{\pi}{3} + 2\sqrt{3} - 2$$

(2) Y は半径の長さが 3、中心角の大きさが 30° のおうぎ形 1 つと、半径の長さが 1、中心角の大きさが 120° のおうぎ形 2 つと、3 辺の長さが 1, 2, $\sqrt{3}$ の直角三角形 2 つの和から、図の斜線部を除いたものである。
よって、求める面積は

$$\pi \cdot 3^2 \times \frac{30}{360} + \pi \cdot 1^2 \times \frac{120}{360} \times 2 + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 1 \times 2 - (1^2 - \pi \cdot 1^2 \times \frac{90}{360})$$
$$= \frac{5}{3} \pi + \sqrt{3} - 1$$

受験 番号		小 計		合 計	
----------	--	--------	--	--------	--